**Контрольная работа № 1.**

Задание 1. Решите сравнения:

а) 7х ≡ 1 (𝑚𝑜𝑑 11)

б) 5𝑥 ≡ 3 (𝑚𝑜𝑑 17)

в) 12𝑥 ≡ 7 (𝑚𝑜𝑑 13)

Задание 1. Решите сравнения:

а) 7х ≡ 1 (𝑚𝑜𝑑 11)

б) 5𝑥 ≡ 3 (𝑚𝑜𝑑 17)

в) 12𝑥 ≡ 7 (𝑚𝑜𝑑 13)

1) Найдите наименьшее натуральное число, дающее остаток 2 при делении на 3, остаток 3 при делении на 4, остаток 4 при делении на 5, остаток 5 при делении на 6 и остаток 6 при делении на 7.

2) Диме выдали натуральное число N. Он разделил его на 101 и получил в остатке m > 0. Затем Дима разделил N на m и получил в остатке p. Найдите наибольшее значение p, которое могло получиться, а затем — наименьшее N, при котором это значение p достигается.

3) Докажите, что найдутся 1000 последовательных чисел, каждое из которых не является (a) простым числом или степенью простого числа; (b) степенью (не ниже второй) натурального числа.

4) Докажите, что числа натурального ряда можно переставить местами так, чтобы для всех n сумма n первых чисел делилась на n.

5) Сколько делителей от 1 до 200 имеет число 2 239 − 1?

**Контрольная работа № 2.**

1. Доказать, что каждая из систем векторов E = {(2, 1, 2),(3, −1, 4),(2, 4, 1)} и F = {(−1, 0, 1),(2, 1, 0),(1, 2, −1)} является базисом пространства R 3 и найти матрицу перехода от E к F.
2. Доказать, что система векторов {(2, 1, 2),(3, −1, 4),(2, 4, 1)} является базисом пространства R 3 и найти координаты вектора x = (8, −4, 4) в этом базисе.
3. Проверить, образуют ли подпространство векторы пространства R n , координаты которых удовлетворяют уравнению x1 + x2 + . . . + xn = a, где a ∈ R — фиксированное число.
4. Найти базис суммы и пересечения линейных оболочек S =< (1, 3, −2, 1),(3, 1, 0, 1),(9, 4, −1, 4) > и T =< (−1, −2, 1, 1),(−1, −9, 6, 1),(0, 7, −5, 0) >.
5. Отображение ϕ: R 3 → R 4 задано правилом: (x1, x2, x3) 7→ (−x1 + x2 − 3x3, x1 − x2 + 3x3, −x2 + 2x3, x1 + x3). Доказать, что ϕ является линейным отображением и найти его матрицу в стандартных базисах пространств R 3 и R 4.