Виртуальный курс физики

МЕХАНИКА

Механика жидкостей и газов. Задачи с решениями

МЕХАНИКА

Механика жидкостей и газов

Задачи с решениями

З а д а ч а 1. Какой должна быть высота цилиндрического сосуда радиусом 20 см, заполненного водой, чтобы сила давления воды на дно сосуда была равна силе ее давления на боковую поверхность?

Дано:
$R = 20$ см $= 0{,}2$ м
$h = ?$

Решение. По определению сила давления воды на дно сосуда

$$F_{дн} = p_г S_{дн},$$

где $p_г$ – гидростатическое давление воды; $S_{дн}$ – площадь дна:

$$p_г = \rho g h, \ S_{дн} = \pi R^2.$$

Таким образом, $F_{дн} = \rho g h \pi R^2$. Сила же давления, оказываемая водой на боковую поверхность сосуда, равна

$$F_{б.п} = \langle p \rangle S_{б.п},$$

где $\langle p \rangle = p_г/2$ – среднее давление воды на боковую поверхность сосуда;

$S_{б.п}$ – площадь боковой поверхности цилиндра.

Учитывая, что $p_2 = \rho g h$, а $S_{б.п} = 2\pi R h$, получаем выражение для силы

$$F_{б.п} = \rho g \pi R h^2.$$

В соответствии с условием задачи $F_{дн} = F_{б.п}$, и, следовательно,

$$\rho g h \pi R^2 = \rho g \pi R h^2.$$

После сокращений получаем $h = R$.

Подставив численные значения, получим $h = 0{,}2$ м.

Ответ: $h = 20$ см.

З а д а ч а 2. В воде в вертикальном положении плавает труба. Высота выступающей над водой части трубы равна 6 см. Внутрь трубы медленно наливается масло, плотность которого составляет 0,9 плотности воды. Какой длины должна быть труба, чтобы ее можно было заполнить маслом целиком?

Дано:
$h = 0{,}06$ м, $\rho = 0{,}9$
$H = ?$

Решение. В условиях равновесия давление, оказываемое маслом, должно уравновешиваться давлением воды на глубине нижнего конца трубы:

$$p_м = p_в.$$

Так как $p_м = \rho_м g H$, а $p_в = \rho_в g(H-h)$, имеем

$$\rho_м g H = \rho_в g(H-h).$$

Отсюда получаем

$$H = \frac{\rho_в h}{\rho_в - \rho_м} = \frac{h}{1 - \frac{\rho_м}{\rho_в}}.$$

Подставляя численные значения из условия задачи, находим $H = 0{,}6$ м.

Ответ: $H = 0{,}6$ м = 60 см.

З а д а ч а 3. В один из двух сообщающихся сосудов с ртутью налита вода, столб которой составил 60 см, а в другой – керосин, высота столба которого 0,15 м. Определить разность уровней ртути в сосудах. Плотность воды равна 10^3, керосина – $0{,}8 \cdot 10^3$, ртути – $13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Дано:
$h_1 = 0{,}6$ м, $h_2 = 0{,}15$ м,
$\rho_в = 10^3$ кг/м^3,
$\rho_к = 0{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3,
$\rho_{Hg} = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3
$\Delta h = ?$

Решение. Так как $\rho_в > \rho_к$, граница раздела вода–ртуть будет ниже границы раздела керосин–ртуть.

Выберем в качестве поверхности нулевого уровня AB, совпадающую с нижней границей раздела (рис. 5.1). Условие равновесия жидкостей относительно этого уровня запишем следующим образом:

$$p_0 + \rho_в g h_1 = p_0 + \rho_к g h_2 + \rho_{Hg} g \Delta h,$$

где p_0 – атмосферное давление. Отсюда получаем

$$\Delta h = \frac{\rho_в h_1 - \rho_к h_2}{\rho_{Hg}}.$$

Подстановка численных значений дает $\Delta h = 0{,}035$ м.

Ответ: $\Delta h = 0{,}035$ м.

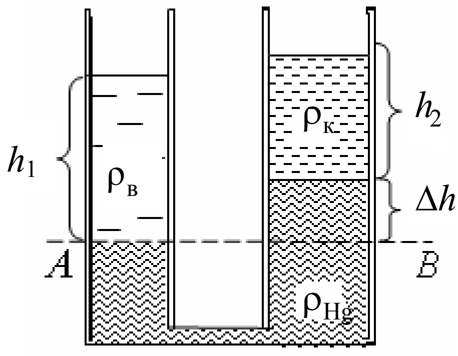

Рис. 5.1

З а д а ч а 4. При подъеме груза с помощью гидравлического пресса за 10 ходов малого поршня была затрачена работа, равная 600 Дж. За каждый ход поршень перемещался на 8 см. Какая сила действовала на малый поршень?

Дано:
$n = 10$, $A = 600$ Дж, $h = 0{,}08$ м
$F_1 = ?$

Решение. При подъеме груза массой m, который располагается на поршне с большей площадью сечения S_2, к поршню с малой площадью сечения S_1 следует приложить силу

$$F_1 = F_2\frac{S_1}{S_2},$$

где $F_2 = mg$ – сила тяжести груза (рис. 5.2).

За n ходов малый поршень переместился на $\Delta h = nh$ и выдавил из узкого колена в широкое объем жидкости, равный $\Delta V_1 = \Delta h S_1 = nhS_1$. В широком колене объем этой жидкости определяется выражением

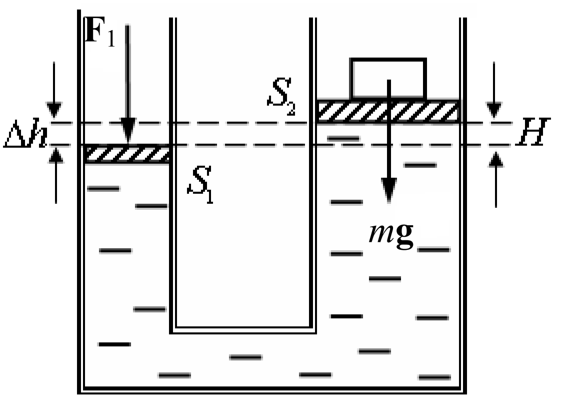

Рис. 5.2

$$\Delta V_2 = HS_2,$$

где H – высота, на которую поднялся широкий поршень.

Так как жидкость является практически несжимаемой,

$$\Delta V_1 = \Delta V_2, \text{ или } nhS_1 = HS_2.$$

Отсюда находим, что

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{nh}{H}, \text{ а } F_1 = mg\frac{S_1}{S_2} = mg\frac{nh}{H}.$$

Значение высоты H найдем из определения работы, которая равна

$$F = mgH.$$

Таким образом, $H = \frac{A}{mg}$, и с учетом этого

$$F_1 = \frac{A}{nh}.$$

В результате подстановки данных имеем F_1 = 750 Н.

Ответ: F_1 = 750 Н.

З а д а ч а 5. Полый свинцовый шар, радиус которого равен 3 м, плавает в ртути таким образом, что треть его объема оказывается погруженной в жидкость. Определить объем полости. Плотность ртути составляет $13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3, плотность свинца – $11{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Дано:
$R = 0{,}036$ м,
$\rho_{Hg} = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3,
$\rho_{Pb} = 11{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3
$V_{пол} = ?$

Решение. На плавающий в ртути шар действуют две силы: $m\mathbf{g}$ – сила тяжести и $\mathbf{F}_A$ – сила Архимеда. Эти силы уравновешивают друг друга и равны

$$F_A = mg.$$

Сила Архимеда

$$F_A = \rho_{Hg}\, g \cdot \frac{1}{3}V,$$

где V – объем шара, равный $(4/3)\pi R^3$.

Массу шара, равную массе свинца, из которого сделана его оболочка, можно представить следующим образом:

$$m = \rho_{Pв}(V - V_{пол}).$$

С учетом этого условие равновесия шара запишем так:

$$\rho_{Hg} g \cdot \frac{1}{3}V = \rho_{Pb}(V - V_{пол}).$$

Решая это уравнение относительно $V_{\text{пол}}$, получаем

$$V_{\text{пол}} = \frac{4}{3}\pi R^3 \frac{\rho_{\text{Pb}} - \rho_{\text{Hg}}}{\rho_{\text{Pb}}}.$$

В результате подстановки данных имеем $V_{\text{пол}} = 5{,}6 \cdot 10^{-5}$ м^3.

Ответ: $V_{\text{пол}} = 5{,}6 \cdot 10^{-5}$ м^3.

З а д а ч а 6. Один конец тонкого стержня длиной 20 см закреплен шарнирно, а другой опущен в воду. Какая часть стержня будет находиться в воде при равновесии. Плотность воды составляет 10^3 кг/м^3, а плотность материала, из которого сделан стержень, – $0{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Дано:	
$l = 0{,}2$ м, $\rho_{\text{в}} = 10^3$ кг/м^3, $\rho_{\text{п}} = 0{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3	*Решение.* Как видно из рис. 5.3, на стержень действуют три силы: $m\mathbf{g}$ – сила тяжести, $F_{\text{А}}$ – сила Архимеда, выталкивающая стержень из воды, и $\mathbf{N}$ – сила нормальной реакции шарнира.
$l_1 = ?$	

Используя условие равновесия тела, имеющего неподвижную ось вращения, проходящую через точку O, получаем следующее уравнение моментов:

$$M_1 - M_2 = 0.$$

Здесь $M_1 = F_{\text{А}} d_1$, $M_2 = mgd_2$ – моменты силы Архимеда и силы тяжести относительно оси вращения, а d_1 и d_2 – плечи этих сил относительно оси.

Из рисунка видно, что

$$d_1 = \left(l - \frac{l_1}{2}\right)\sin\alpha, \quad d_2 = \frac{l}{2}\sin\alpha.$$

С учетом этого уравнение моментов запишем следующим образом:

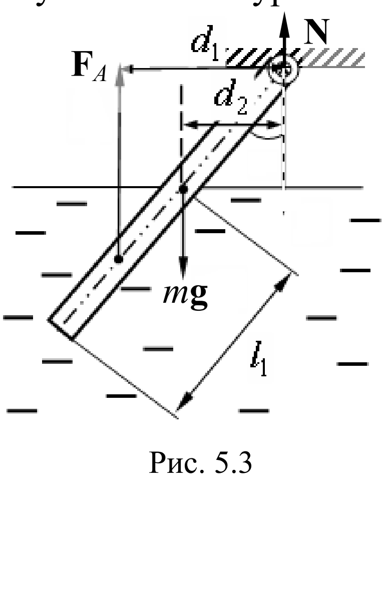

Рис. 5.3

$$F_{\text{А}}\left(l - \frac{l_1}{2}\right)\sin\alpha = mg\,\frac{l}{2}\sin\alpha,$$

$$F_{\text{А}} = \rho_{\text{в}} g S l_1, \; mg = \rho_{\text{п}} g S l_1,$$

где S – площадь поперечного сечения стержня.

Окончательно уравнение для нахождения l_1 запишем так:

$$\rho_{\text{в}} l_1 \left(l - \frac{l_1}{2}\right) = \rho_{\text{п}} g l_1 \frac{l}{2}.$$

Преобразования приводят к квадратному относительно l_1 уравнению

$$2l_1 - 2ll_1 + \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{в}}} l_1^2 = 0\,.$$

Решение этого уравнения дает

$$l_1 = l\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{в}}}}\right).$$

В результате вычислений приходим к $l_1 = 0{,}11$ м, $l_2 = 0{,}29$ м.

Значение 0,29 м отбрасываем, как не имеющее физического смысла ($l_1 > l$).

Следовательно, $l_1 = 0{,}11$ м.

Ответ: $l_1 = 0{,}11$ м.