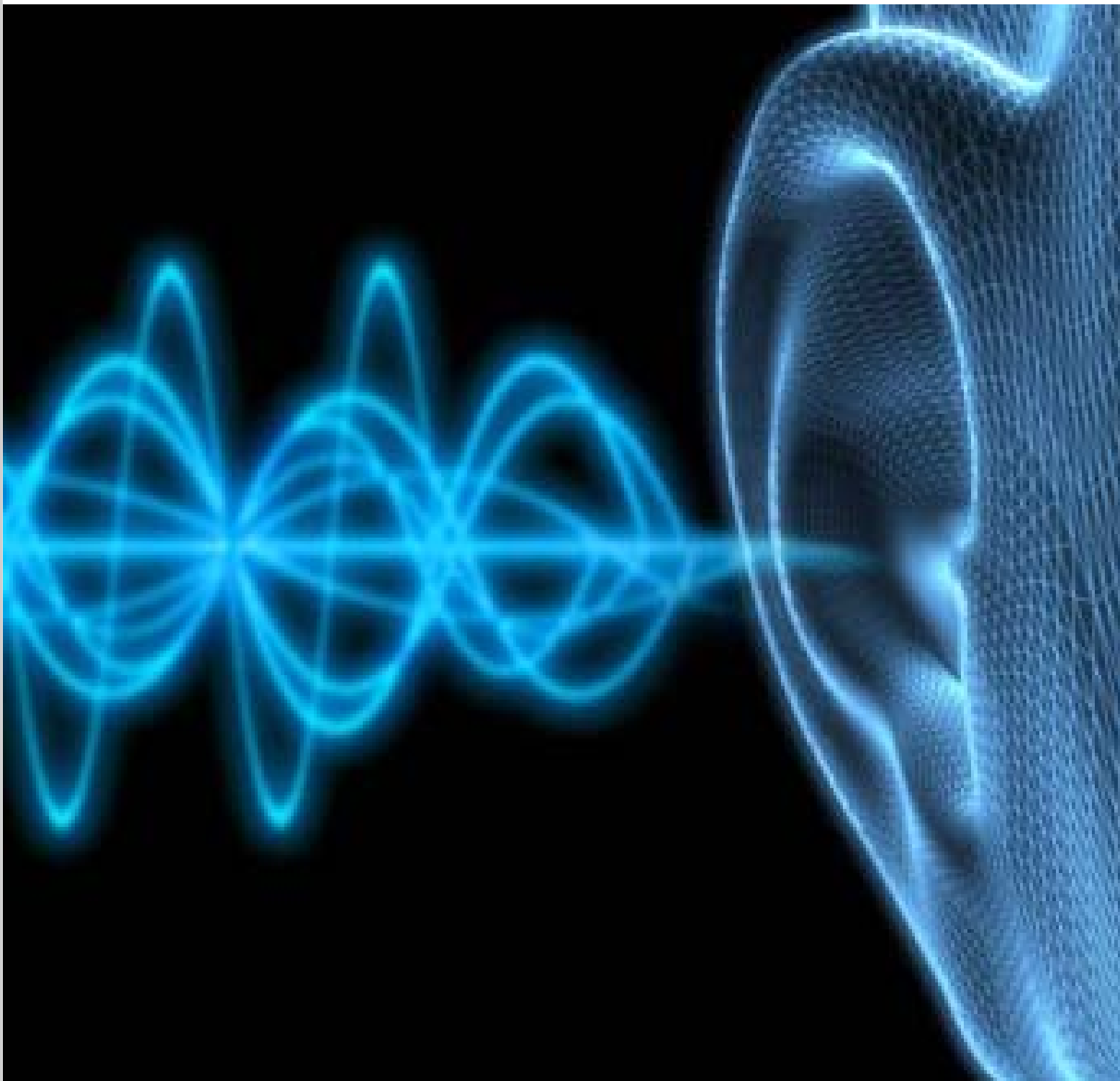


Виртуальный курс физики

Колебания и волны

**Механические колебания и волны.
Задачи с решением.**



***Курс дистанционного обучения по физике
изложен в авторской редакции доцента
Петербургского государственного университе-
та путей сообщения Императора Александра I
Кытина Юрия Александровича***

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Механические колебания и волны

Задачи с решениями

З а д а ч а 1. Колебания материальной точки происходят по закону $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ с периодом 24 с. Определить, за какой промежуток времени точка удалится от положения равновесия на расстояние, равное половине амплитуды. За какой промежуток времени точка проходит оставшуюся часть пути до максимального отклонения?

$$\begin{array}{l} \text{Дано:} \\ T = 24 \text{ с, } x = A/2 \\ t_1 = ? \quad t_2 = ? \end{array}$$

Решение. Так как по условию задачи смещение через промежуток времени t_1 равно половине амплитуды, имеем

$$\frac{A}{2} = A \sin \omega t.$$

Следовательно,

$$\sin \omega t_1 = \frac{1}{2} \quad \text{и} \quad \omega t_1 = \frac{\pi}{6}.$$

Циклическая частота ω и период T связаны соотношением

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Используя это соотношение, получаем

$$\frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{6}.$$

Отсюда

$$t_1 = \frac{T}{12} = 2 \text{ с.}$$

Максимальное отклонение, равное амплитуде, достигается точкой за $\frac{1}{4}T$. Следовательно, оставшуюся часть пути точка пройдет за время t_2 , равное

$$t_2 = \frac{\pi}{4} - \frac{T}{12} = 4 \text{ с.}$$

Ответ: $t_1 = 2$ с, $t_2 = 4$ с.

З а д а ч а 2. Материальная точка совершает колебания по закону $x = 0,3 \sin \pi(t + 0,5)$ м. Найти амплитуду, период, начальную фазу колебаний, скорость и ускорение в момент времени $t = 0,5$ с.

Дано: $t = 0,5$ с	Решение. Уравнение смещения при гармонических колебаниях имеет вид
$A = ?$ $T = ?$ $\varphi = ?$ $v = ?$ $a = ?$	

$$x = A \sin(\omega t + \varphi).$$

Скорость и ускорение при гармонических колебаниях

$$v = \omega A \cos(\omega t + \varphi), \quad a = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x.$$

В соответствии с условиями задачи $A = 0,3$ м, $\omega = \pi$ с⁻¹, $\varphi = 0,5\pi$, $T = 2$ с, $v = -0,3\pi$ м/с, $a = 0$.

Ответ: $A = 0,3$ м, $T = 2$ с, $\varphi = 0,5\pi$, $v = -0,3\pi$ м/с, $a = 0$.

З а д а ч а 3. Два математических маятника, длины которых различаются на 16 см, совершают за некоторое время колебания: один – 10, другой – 6. Найти длину маятников.

Дано: $\Delta l = 16$ см, $N_1 = 10$, $N_2 = 6$	Решение. Период колебаний математического маятника, т. е. время, за которое совершается одно полное колебание, составляет
$l_1 = ?$ $l_2 = ?$	

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Соответственно время, за которое совершается N колебаний, $t = NT$. По условию задачи $N_1 T_1 = N_2 T_2$ или

$$N_1 \cdot 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}} = N_2 \cdot 2\pi \sqrt{\frac{l_2}{g}}.$$

Так как N_1 больше N_2 , длина первого маятника l_1 должна быть меньше длины второго маятника:

$$l_2 = l_1 + \Delta l.$$

Подставив это соотношение в предыдущее уравнение, получим

$$N_1 \sqrt{l_1} = N_2 \sqrt{l_1 + \Delta l}.$$

После соответствующих преобразований имеем

$$l_1 = \frac{N_2^2}{N_1^2 - N_2^2} \Delta l = 9 \text{ см.}$$

Так как $l_2 = l_1 + \Delta l$, находим $l_2 = 25 \text{ см.}$

Ответ: $l_1 = 9 \text{ см, } l_2 = 25 \text{ см.}$

З а д а ч а 4. Для того чтобы удлинить пружину на 5 см, требуется совершить работу на 0,12 Дж больше, чем при сжатии этой же пружины на 1 см. Чему равен период колебаний груза массой 250 г, подвешенного на пружине?

Дано:
 $\Delta l_1 = 5 \text{ см, } \Delta l_2 = 1 \text{ см,}$
 $\Delta A = 0,12 \text{ Дж, } m = 250 \text{ г}$

$T = ?$

Решение. Период колебаний груза m , подвешенного на пружине жесткостью k , определяется уравнением

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Для определения периода колебаний в данной задаче необходимо найти жесткость пружины. Для этого воспользуемся выражением для работы

$$A = \frac{k\Delta l^2}{2}.$$

По условиям задачи

$$\frac{k\Delta l_1^2}{2} - \frac{k\Delta l_2^2}{2} = \Delta A.$$

Отсюда

$$k = \frac{2\Delta A}{\Delta l_1^2 - \Delta l_2^2}.$$

Подставив жесткость пружины в уравнение периода колебаний, получим

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m(\Delta l_1^2 - \Delta l_2^2)}{2\Delta A}} = 0,314 \text{ с.}$$

Ответ: $T = 0,314 \text{ с.}$

З а д а ч а 5. Чему равно отношение кинетической энергии материальной точки, совершающей гармонические колебания, к ее потенциальной энергии для моментов времени, если смещение точки от положения равновесия составляет: 1) $x_1 = A/2$; 2) $x_2 = A$?

<p>Дано: $x_1 = A/2, x_2 = A$ $\frac{W_k}{W_p} = ?$</p>	<p>Решение. Подставив в выражение для кинетической энергии скорость гармонических колебаний, получим</p>
---	--

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \alpha).$$

Соответственно для потенциальной энергии

$$W_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{k}{2}A^2 \sin^2(\omega t + \alpha).$$

Отношение кинетической энергии к потенциальной составляет

$$\frac{W_k}{W_p} = \frac{m}{k}\omega^2 \operatorname{ctg}^2(\omega t + \alpha).$$

Циклическая частота гармонических колебаний

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Следовательно,

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad \text{и} \quad \frac{W_k}{W_p} = \operatorname{ctg}^2(\omega t + \alpha).$$

В момент времени, когда смещение точки от положения равновесия составляет $\frac{A}{2}$, имеем

$$x = \frac{A}{2} = A \sin(\omega t + \alpha).$$

Следовательно,

$$\sin(\omega t + \alpha) = \frac{1}{2},$$

а фаза колебания

$$\omega t + \alpha = \frac{\pi}{6}.$$

Отношение кинетической энергии к потенциальной в первом случае $\frac{W_k}{W_p} = \text{ctg}^2 \frac{\pi}{6} = 3$. Во втором случае, когда смещение точки равно амплитуде колебаний, скорость точки, а следовательно, и ее кинетическая энергия равны нулю.

Ответ: 1) $\frac{W_k}{W_p} = 3$; 2) $\frac{W_k}{W_p} = 0$.

З а д а ч а 6. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки равна 2 см, полная энергия колебаний составляет $3 \cdot 10^{-7}$ Дж. При каком смещении от положения равновесия на колеблющуюся точку действует сила $2,25 \cdot 10^{-5}$ Н?

<p>Дано:</p> <p>$A = 2$ см, $W = 3 \cdot 10^{-7}$ Дж,</p> <p>$F = 2,25 \cdot 10^{-5}$ Н</p> <hr/> <p>$x = ?$</p>	<p><i>Решение.</i> Полная энергия гармонических колебаний связана с амплитудой колебаний соотношением</p> $W = \frac{kA^2}{2}.$
--	---

Сила, действующая на колеблющуюся точку, равна

$$F = kx.$$

Отсюда смещение от положения равновесия

$$x = \frac{F}{k}.$$

Выразим коэффициент k с учетом уравнения полной энергии $k = \frac{2W}{A^2}$
и подставим его в уравнение для смещения.
Окончательно имеем

$$x = \frac{FA^2}{2W}.$$

Подстановка численных значений и вычисления дают $x = 1,5 \cdot 10^{-2}$ м.
Ответ: $x = 1,5 \cdot 10^{-2}$ м.

От авторов

Возникли трудности в усвоении теоретического курса или в его применении при решении конкретных задач, тестов – записывайтесь на наши курсы и мы поможем Вам подойти к экзамену во всеоружии.

Наш адрес:

190031, г. Санкт-Петербург, Московский проспект, дом 9, ПГУПС, факультет довузовской подготовки.

Наши телефоны отдела заочной формы обучения:

8 (931) 214-51-45;

8 (812) 457-88-07 .

